

2023 年高考押题预测卷 01

高三数学 (文科)

(考试时间: 120 分钟 试卷满分: 150 分)

注意事项:

1. 本试卷分第 I 卷 (选择题) 和第 II 卷 (非选择题) 两部分。答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答第 I 卷时, 选出每小题答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。写在本试卷上无效。
3. 回答第 II 卷时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
4. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。

第 I 卷

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一个选项是符合题目要求的。

1. 若集合 $M = \{x | 2x - x^2 > 0, x \in \mathbb{R}\}$, $N = \{y | y = 2x - x^2, x \in \mathbb{R}\}$, 则 $M \cap N = ()$

- A. $(-\infty, 0)$ B. $(0, 1]$ C. $(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$ D. $(0, 2)$

2. 设复数 z_1, z_2 在复平面内对应的点关于虚轴对称, 若 $z_1 = 1 - 2i$, 则 $\frac{z_2}{|z_1|}$ 的虚部为 ()

- A. $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ B. $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$
C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ D. $-\frac{2}{5}$

3. 设 $x \in [0, \pi]$, 向量 $\vec{a} = (\cos x, \sin x)$, $\vec{b} = (\sqrt{3} \sin x, \sin x)$, 若 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 则 $\cos 2x = ()$

- A. $-\frac{1}{2}$ B. 1 或 $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 1 或 $\frac{1}{2}$

4. 某市甲、乙两个监测站在 10 日内分别对空气中某污染物实施监测, 统计数据 (单位: g/m^3) 如图所示, 以下说法正确的是 ()

甲		乙	
	13	6	
2	14		
	15	4	
4 2	16	7 7 7 0	
1 7 4 2	17	0 6	
	18	1	
5 0	19	3	
	7		

- A. 这 10 日内任何一天甲监测站的大气环境质量均好于乙监测站
B. 这 10 日内甲监测站该污染物浓度读数的中位数小于乙监测站读数的中位数
C. 这 10 日内乙监测站该污染物浓度读数中出现频率最大的数值是 167
D. 这 10 日内甲监测站该污染物浓度读数的平均值小于乙监测站读数的平均值

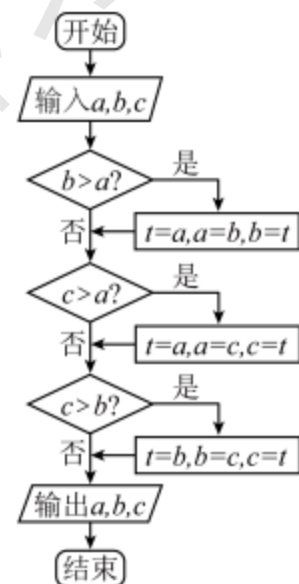
5. 已知实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x - y \geq 0, \\ x + y - 3 \leq 0, \\ y \geq 1, \end{cases}$ 则 $z = 3^{-2x+y}$ 的最大值是 ()

- A. 3 B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{9}$ D. $\frac{1}{27}$

6. 已知抛物线 $y^2 = 8x$ 的焦点为 F , 点 M 在抛物线上 (异于顶点), $\overline{OM} = 2\overline{ON}$ (点 O 为坐标原点), 过点 N 作直线 OM 的垂线与 x 轴交于点 P , 则 $2|OP| - |MF| = ()$

- A. 6 B. $2\sqrt{5}$ C. 4 D. $2\sqrt{3}$

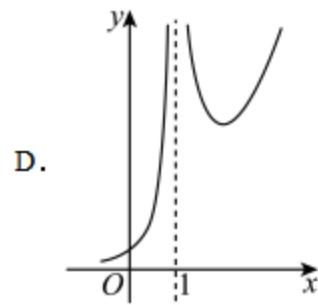
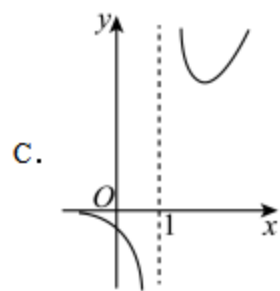
7. 在如图所示的程序框图中, 若输入的 a, b, c 分别为 $4^{0.3}$, $\left(\frac{1}{4}\right)^{-0.4}$, $\log_{0.4} 0.5$, 执行该程序框图, 输出的结果用原来数据表示为 ()



- A. b, a, c B. a, b, c C. c, b, a D. c, a, b

8. 函数 $y = \frac{3^x}{|3 - 3x|}$ 的图象大致是 ()





9. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, M, N, P 分别为 AB, AC_1, AD 的中点, 则下列结论中错误的是 ()

- A. $MN \parallel AD_1$ B. 平面 $MNP \parallel$ 平面 BC_1D
 C. $MN \perp CD$ D. 平面 $MNP \perp$ 平面 A_1BD

10. 已知数列 $\{a_n\}$ 是递增的等比数列, $a_1 + a_4 = 18, a_2 a_3 = 32$, 若 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 则 $S_{k+6} - S_k = 2^{11} - 2^5$, 则正整数 k 等于 ()

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

11. 若曲线 $f(x) = \ln x + \frac{2}{x}$ 在 $x=1$ 处的切线的倾斜角为 α , 则 $\frac{\sin 2\alpha}{5\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} =$ ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $-\frac{1}{4}$ D. $-\frac{1}{2}$

12. 已知正三棱锥的侧棱长为 l , 其各顶点都在同一球面上. 若该球的表面积为 16π , 且 $2 \leq l \leq 2\sqrt{2}$, 则该正三棱锥体积的取值范围是 ()

- A. $[\frac{3\sqrt{3}}{4}, 2\sqrt{3}]$ B. $[\sqrt{3}, 2\sqrt{3}]$ C. $[\sqrt{3}, 3\sqrt{3}]$ D. $[\frac{3\sqrt{3}}{4}, 3\sqrt{2}]$

第 II 卷

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 在公差为 d 的等差数列 $\{a_n\}$ 中, S_n 为其前 n 项和, 若 $S_{2k} = 2S_k$, 则正整数 $k =$ _____.

14. 已知 $O-ABCD$ 为正四棱锥, 从 O, A, B, C, D 五点中任取三点, 则取到的三点恰好在同一个侧面的概率为 _____.

15. 直线 $2x - y - 4 = 0$ 分别与 x 轴、 y 轴交于 A, B 两点, 点 P 在圆 $x^2 + (y - 2)^2 = 5$ 上, 则 $\triangle PAB$ 面积的取值范围是 _____.

16. 已知函数 $f(x), g(x)$ 的定义域均为 \mathbf{R} , $f(x+1)$ 是奇函数, 且 $f(1-x) + g(x) = 2, f(x) + g(x-3) = 2$, 则下列结论正确的是 _____ (只填序号)

- ① $f(x)$ 为偶函数;
 ② $g(x)$ 为奇函数;
 ③ $\sum_{k=1}^{20} f(k) = 40$;

④ $\sum_{k=1}^{20} g(k) = 40$.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

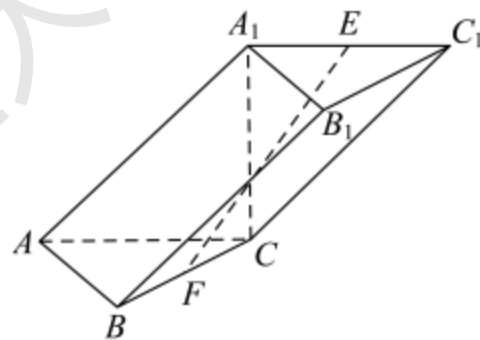
17. (12 分)

已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , $2\sin A \sin B \cos C = \sin^2 C$

- (1) 求 $\frac{a^2 + b^2}{c^2}$ 的值;
 (2) 若 $c = 2$, 求 $\triangle ABC$ 面积 S 的最大值.

18. (12 分)

如图, 在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $\triangle ABC$ 是边长为 2 的等边三角形, $A_1C \perp BC$, 平面 $AA_1C_1C \perp$ 平面 ABC , E, F 分别为棱 A_1C_1, BC 的中点.



- (1) 证明: $EF \parallel$ 平面 ABB_1A_1 ;
 (2) 若三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的体积为 $2\sqrt{3}$, 求点 C 到平面 ABB_1A_1 的距离.

19. (12分)

下表是中国近年来人口数据(不包括香港、澳门特别行政区和台湾省):

年份	2013	2014	2015	2016
人口数	13.61亿	13.68亿	13.75亿	13.83亿

- (1)在平面直角坐标系内标出这四个点,再把这四点连接成线;
 (2)选择其中合适的两个点,建立一次函数模拟,用模拟函数预测2017年中国人口数;
 (3)能否用“更好”的直线 $y = ax + b$ 来模拟这组数据的变化?也就是说,能否确定 a, b 的值,使式子 $S = [y_1 - (a+b)]^2 + [y_2 - (2a+b)]^2 + [y_3 - (3a+b)]^2 + [y_4 - (4a+b)]^2$ 的值最小?(按如下步骤进行预测)

- ①化简 S ,使之成为字母 a 的二次三项式;
 ②当 a 取何值时(设为 a_0),二次三项式 S 取最小值(设为 S_0),这里 a_0 和 S_0 都应该是含字母 b 的式子,且 S_0 是字母 b 的二次三项式;
 ③求 b 的值 b_0 ,使 S_0 取最小值;
 ④求出对应于上述 b_0 的 a_0 值;
 ⑤用一次函数 $y = a_0x + b_0$ 模拟数据的变化,用模拟函数预测2017年中国人口数.

(4)把所得到的两个预测数据和2017年中国实际人口数进行比较.

20. (12分)

已知函数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 在点 $P(1,2)$ 处的切线斜率为4,且在 $x = -1$ 处取得极值.

- (1)求函数 $f(x)$ 的解析式;
 (2)若函数 $g(x) = f(x) + m - 1$ 有三个零点,求 m 的取值范围.

21. (12分)

已知圆 $A_1: (x+1)^2 + y^2 = 16$,直线 l_1 过点 $A_2(1,0)$ 且与圆 A_1 交于点 B, C , BC 中点为 D ,过 A_2C 中点 E 且平行于 AD 的直线交 A_1C 于点 P ,记 P 的轨迹为 Γ

- (1)求 Γ 的方程;
 (2)坐标原点 O 关于 A_1, A_2 的对称点分别为 B_1, B_2 ,点 A_1, A_2 关于直线 $y = x$ 的对称点分别为 C_1, C_2 ,过 A_1 的直线 l_2 与 Γ 交于点 M, N ,直线 B_1M, B_2N 相交于点 Q .请从下列结论中,选择一个正确的结论并给出证明.

① $\triangle QBC$ 的面积是定值; ② $\triangle BB_1B_2$ 的面积是定值; ③ $\triangle QC_1C_2$ 的面积是定值.

(二) 选考题: 共10分. 请考生在第22、23题中任选一题作答. 如果多做, 则按所的第一题计分.

22. [选修4-4: 坐标系与参数方程] (10分)

在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = 4\cos\alpha \\ y = 2\sin\alpha \end{cases}$ (α 为参数), 以坐标原点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho\cos\theta + 2\rho\sin\theta - 4 = 0$.

- (1)设曲线 C_1 与曲线 C_2 交于 A, B 两点, 求 $|AB|$;
 (2)若 M, N 是曲线 C_1 上的两个动点, 且 $OM \perp ON$, 求 $|OM| \cdot |ON|$ 的取值范围.

23. [选修4-5: 不等式选讲] (10分)

已知 $a > 0, b > 0, \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 2$.

- (1)证明: $\frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+1} \leq 1$.
 (2)证明: $3ab + \frac{8}{a+b} \leq 5 + a^2 + b^2$.

西安正大补习学校