学校：________ 姓名：________ 班级：________ 考号：________

……○……外……○……装……○……订……○……线……○……

……○……内……○……装……○……订……○……线……○……

2023 年高考押题预测卷 01

高三数学（理科）

（考试时间：120 分钟　试卷满分：150 分）

注意事项：

1．本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分。答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2．回答第 I 卷时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。写在本试卷上无效。

3．回答第 II 卷时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

4．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

第 I 卷

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分．在每小题给出的四个选项中，只有一个选项是符合题目要求的．

1．已知全集 $U=\{x\in\mathbf{Z}\mid x^2-5x-6\leq 0\}$，集合 $A=\{x\in\mathbf{Z}\mid x(3-x)\geq 0\}$，$B=\{1,2,4\}$ 则集合 $\{-1,5,6\}$ 等于（　）

A．$(\complement_U A)\cap B$　　B．$\complement_U(A\cup B)$

C．$A\cap(\complement_U B)$　　D．$\complement_U(A\cap B)$

2．设 i 为虚数单位，且 $\frac{5}{1+ai}=1+2i$，则 $1-ai$ 的虚部为（　）

A．-2　　B．2　　C．2i　　D．$-2i$

3．已知向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 满足 $|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=1$，$\vec{a}\perp\vec{b}$，若 $(\vec{a}+\vec{b})\perp(\vec{a}-\lambda\vec{b})$，则实数 λ 的值为（　）

A．2　　B．$2\sqrt{3}$　　C．4　　D．$\frac{9}{2}$

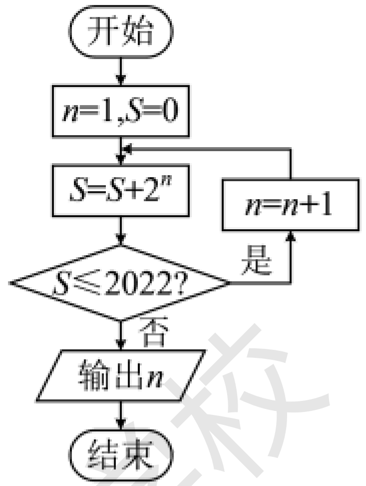
4．意大利数学家斐波那契以兔子繁殖数量为例，引入数列：1,1,2,3,5,8,…，该数列从第三项起，每一项都等于前两项的和，即递推关系式为 $a_{n+2}=a_{n+1}+a_n, n\in\mathbf{N}^*$，故此数列称为斐波那契数列，又称"兔子数列"．已知满足上述递推关系式的数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=A\cdot\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n+B\cdot\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n$，其中 A，B 的值可由 a_1 和 a_2 得到，比如兔子数列中 $a_1=1, a_2=1$ 代入解得 $A=\frac{1}{\sqrt{5}}, B=-\frac{1}{\sqrt{5}}$．利用以上信息计算 $\left[\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^5\right]=$（　）．（$[x]$ 表示不超过 x 的最大整数）（　）

A．10　　B．11　　C．12　　D．13

5．已知抛物线 $y^2=8x$ 的焦点为 F，点 M 在抛物线上（异于顶点），$\overrightarrow{OM}=2\overrightarrow{ON}$（点 O 为坐标原点），过点 N 作直线 OM 的垂线与 x 轴交于点 P，则 $2|OP|-|MF|=$（　）

A．6　　B．$2\sqrt{5}$　　C．4　　D．$2\sqrt{3}$

6．执行下面的程序框图，则输出的 $n=$（　）



A．9　　B．10　　C．11　　D．12

7．在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，M，N，P 分别为 A_1B，AC_1，A_1D 的中点，则下列结论中错误的是（　）

A．$MN//AD_1$　　B．平面 MNP//平面 BC_1D

C．$MN\perp CD$　　D．平面 $MNP\perp$ 平面 A_1BD

8．设等比数列 $\{a_n\}$ 中，a_3, a_7 使函数 $f(x)=x^3+3a_3x^2+a_7x+a_3^2$ 在 $x=-1$ 时取得极值 0，则 a_5 的值是（　）

A．$\pm\sqrt{3}$ 或 $\pm3\sqrt{2}$　　B．$\sqrt{3}$ 或 $3\sqrt{2}$　　C．$\pm3\sqrt{2}$　　D．$3\sqrt{2}$

9．设 A，B，C，D 是同一个半径为 4 的球的球面上四点，$AB=AC=2\sqrt{3}$，$BC=6$，则三棱锥 $D-ABC$ 体积的最大值为（　）

A．$3\sqrt{3}$　　B．$6\sqrt{3}$　　C．$12\sqrt{3}$　　D．$18\sqrt{3}$

10．2020 年疫情期间，某县中心医院分三批共派出 6 位年龄互不相同的医务人员支援武汉六个不同的方舱医院，每个方舱医院分配一人．第一批派出一名医务人员的年龄为 P_1，第二批派出两名医务人员的年龄最大者为 P_2，第三批派出三名医务人员的年龄最大者为 P_3，则满足 $P_1<P_2<P_3$ 的分配方案的概率为（　）

A．$\frac{1}{3}$　　B．$\frac{2}{3}$　　C．$\frac{1}{20}$　　D．$\frac{3}{4}$

11．已知 A、B 是椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 与双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的公共顶点，P 是双曲线上一点，PA，PB 交椭圆于 M，N．若 MN 过椭圆的焦点 F，且 $\tan\angle AMB=-3$，则双曲线的离心率为（　）

A．2　　B．$\sqrt{3}$　　C．$\sqrt{2}$　　D．$\frac{2\sqrt{3}}{3}$

西安正大补习学校

12．设定义在 R 上的函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的导函数分别为 $f'(x)$ 和 $g'(x)$．若 $f(x)-g(4-x)=2$，$g'(x)=f'(x-2)$，且 $f(x+2)$ 为奇函数，则下列说法中一定正确的是（　）

A．$\sum\limits_{k=1}^{2023}f(k)=0$　　　　B．$\sum\limits_{k=1}^{2023}g(k)=0$

C．$\forall x\in R$，$f(2+x)+f(-x)=0$　　　　D．$g(3)+g(5)=4$

第 II 卷

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．

13．某校为促进拔尖人才培养开设了数学、物理、化学、生物、信息学五个学科竞赛课程，现有甲、乙、丙、丁四位同学要报名竞赛课程，由于精力和时间限制，每人只能选择其中一个学科的竞赛课程，则恰有两位同学选择数学竞赛课程的报名方法数为________．

14．直线 $2x-y-4=0$ 分别与 x 轴、y 轴交于 A,B 两点，点 P 在圆 $x^2+(y-2)^2=5$ 上，则 $\triangle PAB$ 面积的取值范围是___________．

15．已知函数 $f(x)=m\sin\left(\frac{1}{2}x-\frac{\pi}{4}\right)-\sin x+2$ 在 $\left[\frac{\pi}{2},2\pi\right]$ 上有两个不同的零点，则满足条件的所有 m 的值组成的集合是_________．

16．在同一平面直角坐标系中，P，Q 分别是函数 $f(x)=axe^x-\ln(ax)$ 和 $g(x)=\frac{2\ln(x-1)}{x}$ 图象上的动点，若对任意 $a>0$，有 $|PQ|\geq m$ 恒成立，则实数 m 的最大值为______．

三、解答题：共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答．第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答．

17．（12分）

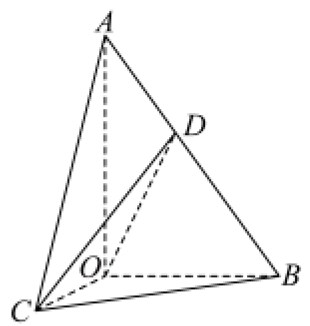
在 $\triangle ABC$ 中，内角 A，B，C 所对的边长分别为 a，b，c，且满足 $a-3b+6b\sin^2\frac{A+B}{2}=0$．

(1)求证：$a+3b\cos C=0$；

(2)求 $\tan A$ 的最大值．

18．（12分）

如图，在 Rt$\triangle AOB$ 中，$\angle AOB=\frac{\pi}{2}$，$AO=4$，$BO=2$，Rt$\triangle AOC$ 可以通过 Rt$\triangle AOB$ 以直线 AO 为轴旋转得到，且二面角 $B-AO-C$ 是直二面角．动点 D 在线段 AB 上．



(1)当 D 为 AB 的中点时，求异面直线 AO 与 CD 所成角的大小；

(2)求 CD 与平面 AOB 所成角的最大值．

19．（12分）

学校团委和工会联合组织教职员工进行益智健身活动比赛.经多轮比赛后，由教师甲、乙作为代表进行决赛.决赛共设三个项目，每个项目胜者得 10 分，负者得 −5 分，没有平局.三个项目比赛结束后，总得分高的获得冠军.已知教师甲在三个项目中获胜的概率分别为 0.4，0.5，0.75，各项目的比赛结果相互独立.甲、乙获得冠军的概率分别记为 p_1，p_2.

(1)判断甲、乙获得冠军的实力是否有明显差别（如果 $|p_1-p_2|\geq\sqrt{\frac{2|p_1^2-p_2^2|}{5}+0.1}$，那么认为甲、乙获得冠军的实力有明显差别，否则认为没有明显差别）；

(2)用 X 表示教师乙的总得分，求 X 的分布列与期望.

20．（12分）

已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左顶点为 A，P 为 C 上一点，O 为原点，$|PA|=|PO|$，$\angle APO=90^\circ$，$\triangle APO$ 的面积为 1．

(1)求椭圆 C 的方程；

(2)设 B 为 C 的右顶点，过点 $(1,0)$ 且斜率不为 0 的直线 l 与 C 交于 M,N 两点，证明：$3\tan\angle MAB=\tan\angle NBA$．

21．（12分）

已知函数 $f(x)=\frac{\ln x}{x}-x+a,a\in R$.

(1)若 $a=0$，求不等式 $xf(x)+x^2\geq\frac{2(x-1)}{x+1}$ 的解集；

(2)若 $f(x)$ 存在两个不同的零点 x_1，$x_2(x_1<x_2)$，证明：$\ln x_1+\ln x_2+x_1+x_2+x_1x_2>2+a$．

（二）选考题：共 10 分．请考生在第 22、23 题中任选一题作答．如果多做，则按所做的第一题计分．

22．[选修 4-4：坐标系与参数方程]（10 分）

在直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases}x=4\cos\alpha,\\y=2\sin\alpha\end{cases}$（$\alpha$ 为参数），以坐标原点 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho\cos\theta+2\rho\sin\theta-4=0$．

(1)设曲线 C_1 与曲线 C_2 交于 A，B 两点，求 $|AB|$；

(2)若 M，N 是曲线 C_1 上的两个动点，且 $OM\perp ON$，求 $|OM|\cdot|ON|$ 的取值范围．

23．[选修 4-5：不等式选讲]（10 分）

已知 $a>0$，$b>0$，$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=2$．

(1)证明：$\frac{1}{a+1}+\frac{1}{b+1}\leq 1$．

(2)证明：$3ab+\frac{8}{a+b}\leq 5+a^2+b^2$

西安正大补习学校

内……装……订……线
此卷只装订不密封
外……装……订……线

学校：________ 姓名：________ 班级：________ 考号：________

……○……内……○……装……○……订……○……线……○……

西安正大补习学校